2024.M32T

2024L020A1IL

Coimisiún na Scrúduithe Stáit
State Examinations Commission

Scrúdú na hArdteistiméireachta, 2024

Matamaitic Fheidhmeach

Ardleibhéal

Dé Máirt 25 Meitheamh   Tráthnóna 2:00 - 4:30

400 marc

Scrúduimhir

Dáta Breithe

Scríobh 3 Feabhra 2005 mar 03 02 05, mar shampla

Stampa an Ionaid

Rinneadh coigeartuithe ar scrúdpháipéir 2024 d'fhonn aon chur isteach ar an bhfoghlaim a tharla de bharr COVID-19 a chúiteamh. D'fhéadfadh sé nach bhfuil an struchtúr agus an leagan amach céanna ar an scrúdpháipéar seo is a bhí ar scrúdpháipéir i mblianta eile roimhe nó ina dhiaidh seo.

Treoracha

Tá deich gceist ar an bpáipéar seo. Tá 50 marc ag gabháil le gach ceist.

Freagair **ocht** gceist ar bith.

Scríobh do Scrúduimhir sa bhosca ar an gclúdach tosaigh.

Scríobh do fhreagraí le peann gorm nó le peann dubh. Ní ceadmhach peann luaidhe a úsáid ach amháin le haghaidh graf agus léaráidí.

Scanfar an leabhrán scrúdaithe seo agus is ar scáileán a chuirfear do chuid oibre faoi bhráid do scrúdaitheora. Ba chóir do chuid oibre go léir a chur sna háiteanna do na freagraí, nó ar na graif, ar na líonraí nó ar na léaráidí eile atá ar fáil. Má scríobhann tú aon rud lasmuigh de na háiteanna sin tá an baol ann nach bhfeicfidh an scrúdaitheoir é.

Scríobh gach freagra sa leabhrán seo. Tá spás le haghaidh obair bhreise ag deireadh an leabhráin. Má theastaíonn an spás sin uait, lipéadaigh aon obair bhreise go soiléir le huimhir agus le páirt na ceiste.

Tabharfaidh an feitheoir cóip den leabhrán *Foirmlí agus Táblaí* duit. Ní mór duit é a thabhairt ar ais ag deireadh an scrúdaithe. Níl cead agat do chóip féin a thabhairt isteach sa scrúdú.

Is féidir go gcaillfidh tú marcanna mura mbíonn an obair thacaíochta ábhartha san áireamh i do réitigh.

Is féidir go gcaillfidh tú marcanna mura mbíonn na haonaid tomhais chuí san áireamh agat, de réir mar a oireann.

Is féidir go gcaillfidh tú marcanna mura mbíonn do fhreagraí san fhoirm is simplí agat, de réir mar a oireann.

Níor tarraingíodh na léaráidí de réir scála, de ghnáth.

Mura gcuirtear a mhalairt in iúl, glac le 9.8 m s^{-2} mar luach ar g, an luasghéarú de bharr na domhantarraingthe.

Mura gcuirtear a mhalairt in iúl, is aonadveicteoirí ingearacha sa treo cothrománach agus sa treo ceartingearach iad $\vec{\imath}$ agus $\vec{\jmath}$, faoi seach, nó soir agus ó thuaidh, faoi seach, de réir mar is cuí don cheist.

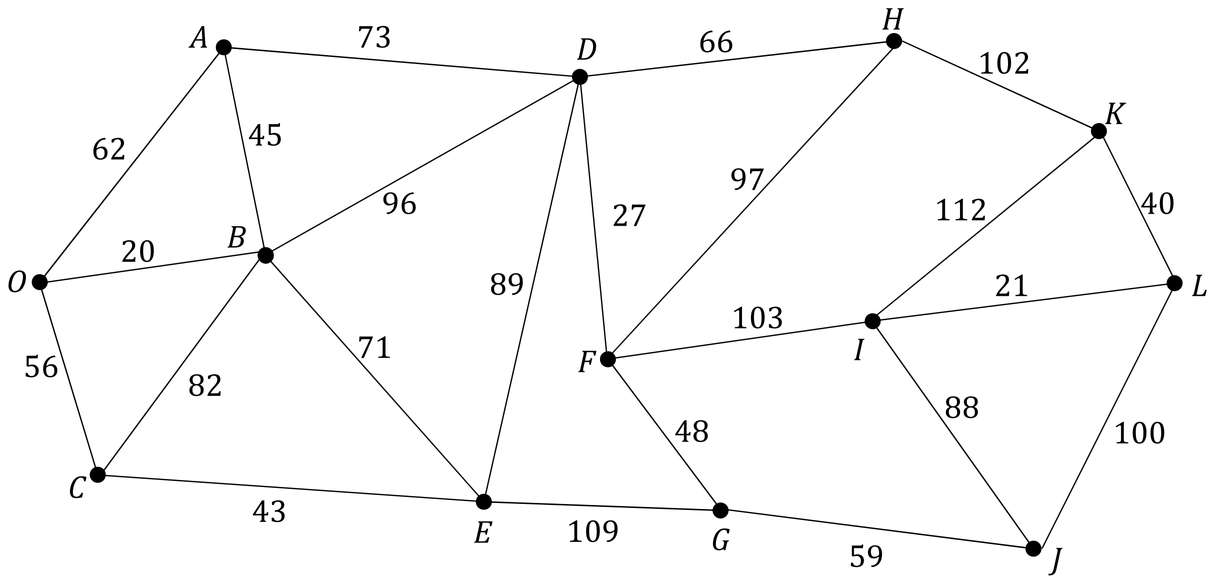
Scríobh déanamh agus múnla d'áireamhá(i)n anseo:

Ceist 1

(a) Maitrís $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 \end{pmatrix}$. Maitrís $B = \begin{pmatrix} 5 & -1 & -2 \\ 0 & 4 & 3 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$. Ríomh AB.

(b) Is mian le bainisteoir slándála ceamaraí a shuí sna réimsí poiblí in ionad siopadóireachta. Is mian léi na ceamaraí seo a shuí agus fad iomlán na gcáblaí eatarthu a íoslaghdú.

Seasann an nód O sa líonra thíos d'oifig an bhainisteora. Seasann na nóid A go dtí L do na suíomhanna ina bhfuil na ceamaraí slándála le suiteáil. Seasann ualach gach imill don fhad (ina mhéadair) idir gach suíomh.



(i) Úsáid algartam cuí agus faigh an crann réisithe íosta don líonra. Ainmnigh an t-algartam a d'úsáid tú. Ní mór an obair thacaíochta ábhartha a thaispeáint.

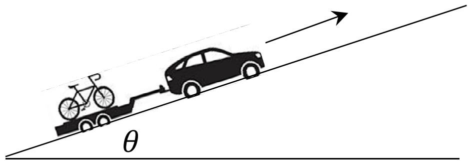
(ii) Ríomh an fad slí iomlán is giorra a bheadh ar an mbainisteoir slándála a shiúl dá dtosódh sí ag a hoifig (O) agus dá leanfadh sí an crann réisithe íosta chun cuairt a thabhairt ar gach ceann de shuíomhanna na gceamaraí san ionad siopadóireachta.

(c) Tá John ag rothaíocht ar bhóthar díreach cothrománach ar threoluas tairiseach 10 m s^{-1} agus tá sé 21 m taobh thiar de rothaí eile, Kevin, atá ag rothaíocht ar threoluas tairiseach 4 m s^{-1} sa treo céanna. Tosaíonn John ag luasghéarú ag 2 m s^{-2}. Soicind amháin níos déanaí, tosaíonn Kevin ag luasghéarú ag 4 m s^{-2}.

Ríomh na hamanna a ngabhann John agus Kevin thar a chéile.

Ceist 2

(a) Tarraingíonn jíp ar mais dó 2375 kg leantóir ar mais dó 350 kg suas cnoc atá claonta ar uillinn θ.
Gluaiseann an jíp agus an leantóir ar luas tairiseach.
Feidhmíonn inneall an jíp fórsa 4400 N suas an cnoc.
Is iad na fórsaí de bharr na frithchuimilte ar an jíp agus ar an leantóir ná 1525 N agus 375 N faoi seach.



(i) Tarraing léaráid a thaispeánann na fórsaí atá ag feidhmiú ar an jíp.

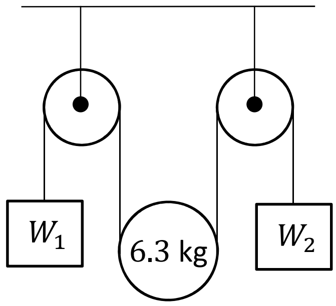
(ii) Ríomh θ.

(b) Leagann dalta amach eagar na n-ulóg a thaispeántar sa léaráid.

Gabhann téad éadrom dhoshínte thar dhá ulóg mhín fhosaithe agus faoi ulóg mhín inghluaiste ar mais di 6.3 kg.

Tá meáchan $W_1 = 24.5$ N ceangailte le foirceann amháin den téad agus tá meáchan $W_2 = 44.1$ N ceangailte leis an bhfoirceann eile.

Ligtear an córas saor ó fhos.



(i) Taispeáin, ar léaráidí ar leith, na fórsaí atá ag feidhmiú ar an ulóg agus ar gach ceann de na meáchain agus iad ag gluaiseacht.

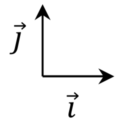
(ii) Ríomh an teannas sa téad.

Ceist 3

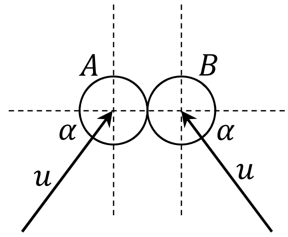
(a) Cáithnín atá ag gluaisecht feadh líne dhíreach, is é $a = \frac{dv}{dt} = t^2 \sin 2t$ a luasghéarú áit a bhfuil $t \geq 0$ agus $v = 0$ nuair atá $t = 0$.

Úsáid suimeáil trí pháirteanna, nó ar shlí eile, agus ríomh v nuair atá $t = \frac{\pi}{2}$.

(b) Dhá sféar mhíne chomhchosúla, A agus B, atá ag gluaiseacht ar luas u, imbhuaileann siad go sceabhach lena chéile.
Is feadh ais $\vec{\imath}$ atá an líne a cheanglaíonn lárphointí an dá sféar dá chéile ag pointe an imbhuailte.



Roimh an imbhualadh, déanann treoluas A uillinn ghéar α le treo *deimhneach* na haise $\vec{\imath}$ agus déanann treoluas B uillinn ghéar α le treo *diúltach* na haise $\vec{\imath}$, mar a thaispeántar sa léaráid.



Is é comhéifeacht an chúitimh idir na sféir ná e, áit a bhfuil $0 \leq e \leq 1$.

(i) Ríomh, i dtéarmaí e agus u, treoluas gach sféir i ndiaidh an imbhuailte.

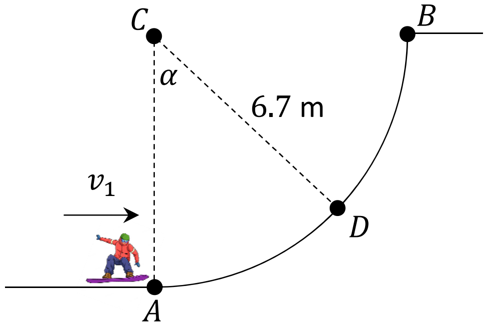
(ii) Gluaiseann A agus B go ceartingearach lena chéile i ndiaidh an imbhuailte.
Taispeáin go bhfuil $e = \tan \alpha$.

Ceist 4

Tá clársciálaí sneachta, ar mais dó m, ag gluaiseacht ar threoluas v_1 nuair a théann sé isteach ar stua ciorclach AB ag pointe A.

Is é 6.7 m ga AB agus is é C a lárphointe.
Tá A, B agus C suite i bplána ingearach.
Tá AC ingearach agus tá BC cothrománach.

Samhaltaíonn dalta gluaisne an chlársciálaí sneachta, gan iarmhairtí na frithchuimilte agus na friotaíochta aeir a chur san áireamh.



(i) Tarraing léaráid a thaispeánann na fórsaí atá ag feidhmiú ar an gclársciálaí sneachta nuair a bhíonn sé ag pointe D, áit a ndéanann CD uillinn α leis an gceartingear anuas.

(ii) Sloinn fórsa an fhrithghnímh ar an gclársciálaí sneachta ag pointe D i dtéarmaí m, v_1 agus α.

Sroicheann an clársciálaí sneachta pointe B ar threoluas ingearach v_2.

(iii) Sloinn v_2 i dtéarmaí v_1.

Fágann an clársciálaí an stua ag pointe B agus gluaiseann sé in airde go ceartingearach tríd an aer. Teastaíonn ón dalta v a ríomh, sin treoluas an chlársciálaí sneachta t soicind tar éis dó an stua a fhágáil. Anois, samhaltaítear an fórsa de bharr na friotaíochta aeir mar mkv.

(iv) Tarraing léaráid a thaispeánann na fórsaí atá ag gníomhú ar an gclársciálaí sneachta agus é ag gluaiseacht in airde tríd an aer.

(v) Taispeáin gur féidir ráta athraithe v i leith t, agus an clársciálaí sneachta ag gluaiseacht in airde tríd an aer, a shloinneadh de réir na cothromóide difreálaí:

$$\frac{dv}{dt} = -(g + kv)$$

(vi) Réitigh an chothromóid dhifreálach seo agus faigh slonn le haghaidh v i dtéarmaí t, k agus v_1.

Ceist 5

(a) Imbhuaileann sféar mín S_1 ar mais dó $2m$ agus ar luas dó $2u$ go díreach le sféar mín S_2 ar mais dó $3m$ atá ag gluaiseacht sa treo urcomhaireach ar luas u.

Is é comhéifeacht an chúitimh idir na sféir ná e, áit a bhfuil $0 \leq e \leq 1$.

(i) Ríomh, i dtéarmaí e agus u, luas gach sféir i ndiaidh an imbhuailte.

(ii) Ríomh raon na luachanna ar e a fhágann go mbíonn an dá sféar ag gluaiseacht sa treo céanna i ndiaidh an imbhuailte.

(b) Fágann traein Stáisiún Uí Chonghaile agus luasghéaraíonn sí go haonfhoirmeach ó fhos ar feadh t_1 soicind go dtí go sroicheann sí luas v. Coinníonn an traein uirthi ar an luas seo ar feadh t_2 soicind, áit a bhfuil $t_2 = 2t_1$. Luasmhoillíonn an traein chun fois ag Stáisiún an Phiarsaigh ansin in am t_3 soicind.

Is é an t-am iomlán a thógann an turas ná $T = t_1 + t_2 + t_3$.

(i) Taispeáin go bhfuil $T = \frac{2d - t_2 v}{v}$, áit arb é d an fad slí idir Stáisiún Uí Chonghaile agus Stáisiún an Phiarsaigh.

(ii) Más é an meánluas don turas iomlán ná $\frac{2v}{3}$, taispeáin go bhfuil $T = 6t_1$.

Ceist 6

(a) Tá monatóireacht á déanamh ag staitisteoir ar dhaonra oileáin bhig.

Toisc an ráta beireatais a bheith níos mó ná an ráta báis, méadaíonn daonra an oileáin go nádúrtha de 1.2% in aghaidh na bliana. Téann líon seasta daoine, x, ar imirce ón oileán gach bliain áfach.

Gineann an staitisteoir difearchothromóid chun P_n, an daonra ag tús na bliana n, a shamhaltú. Glacann an tsamhail leis go dtarlaíonn imirce ag deireadh gach bliana.

Ag tús na bliana 2022 bhí $13\,500$ duine ar an oileán, i.e. $P_0 = 13\,500$.

(i) Scríobh síos difearchothromóid chun P_{n+1} a shloinneadh i dtéarmaí P_n agus x, áit a bhfuil $n \geq 0$, $n \in \mathbb{Z}$.

(ii) Réitigh an difearchothromóid seo chun slonn a fháil le haghaidh P_n i dtéarmaí n agus x.

Ag tús na bliana 2023 bhí 13 514 duine ar an oileán, i.e. $P_1 = 13\,514$.

(iii) Ríomh luach x.

(iv) Ríomh an daonra tuartha ag tús na bliana 2029.

(b) Is féidir luasghéarú cáithnín atá ag gluaiseacht i líne dhíreach a shloinneadh i dtéarmaí a threoluais v ina m s^{-1} agus a dhíláithriú s ina m de réir na difearchothromóide:

$$v\frac{dv}{ds} = e^{\frac{v^2}{4}}$$

(i) Réitigh an difearchothromóid chun slonn a fháil le haghaidh v i dtéarmaí s, ag glacadh leis go bhfuil $v = 0$ nuair atá $s = 0$.

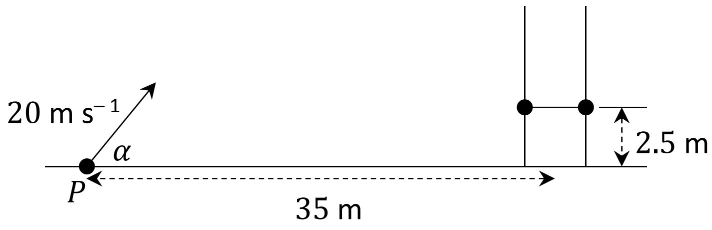
(ii) Ríomh treoluas an cháithnín nuair atá $s = 0.3$ m.

Ceist 7

(a) Imríonn Fiona camógaíocht agus teastaíonn uaithi a cruinneas i scóráil cúilíní a fheabhsú.

Seasann sí ag P, 35 m os comhair na líne cúil agus buaileann sí sliotar ar threoluas tosaigh 20 m s^{-1} ar uillinn α leis an talamh cothrománach.

Chun cúilín a scóráil go rathúil ní mór don sliotar gabháil thar an trasnán atá 2.5 m os cionn na talún, mar a thaispeántar sa léaráid.



(i) Díorthaigh slonn, i dtearmaí α, don am a thógann sé ar an sliotar an líne chúil a shroicheadh.

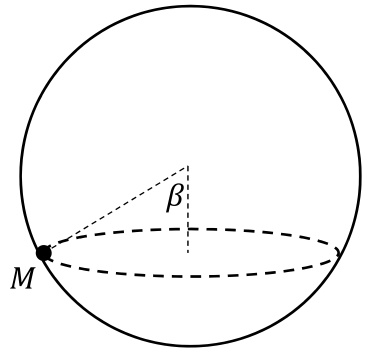
(ii) Ríomh luachanna α a fhágann go mbuaileann an sliotar an trasnán.

(b) In éacht-chaighean sorcais, déanann gluaisrothaí éachtaí acrabatacha i sféar folamh arb é 20 m a thrastomhas.

Is é mais an ghluaisrothaí agus an ghluaisrothair le chéile, a bhfuil an lipéad M orthu sa léaráid, ná m kg.

Gluaiseann M le gluaisne chiorclach chothrománach aonfhoirmeach.

Déanann an líne ó M go dtí lárphointe an sféir uillinn $\beta = \tan^{-1}\frac{4}{3}$ leis an gceartingear anuas.



Samhaltaíonn dalta gluaisne M. Sa chéad atriall samhaltaithe a dhéanann an dalta, ní chuirtear an fhrithchuimilt san áireamh.

(i) Tarraing léaráid a thaispeánann na fórsaí atá ag feidhmiú ar M.

(ii) Ríomh treoluas M.

Tugann an dara atriall samhaltaithe a dhéanann an dalta comhéifeacht frithchuimilte, μ, isteach.

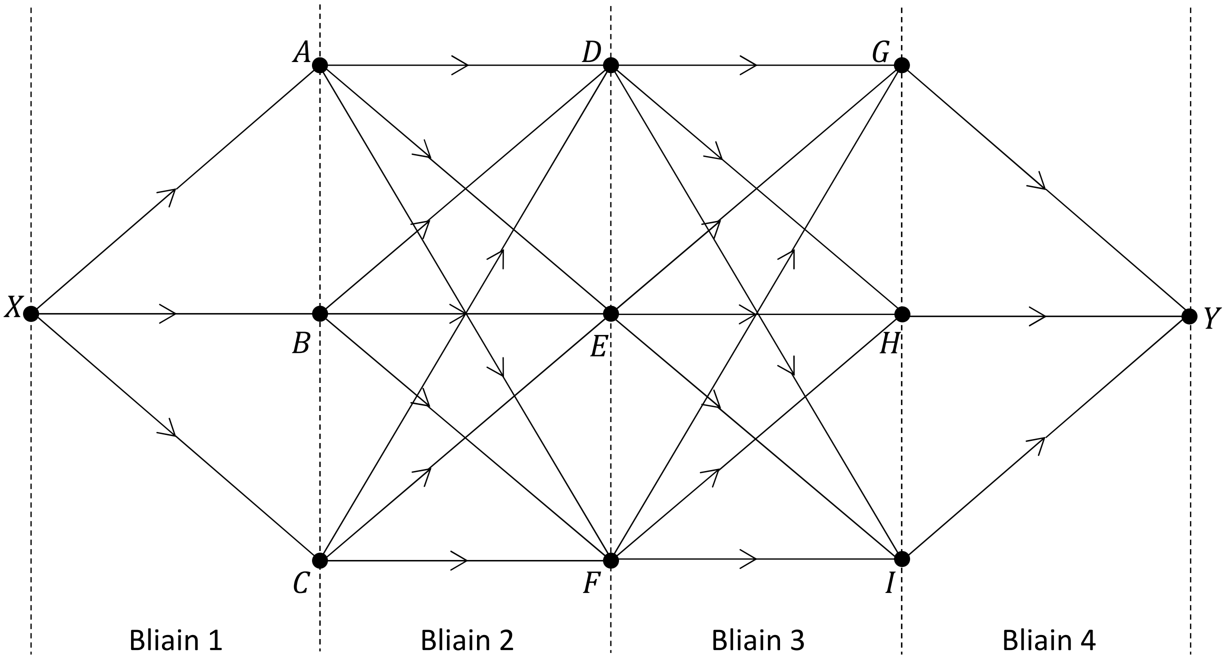
(iii) Tarraing léaráid a thaispeánann na forsaí atá ag feidhmiú ar M nuair a bhíonn sé ar tí sleamhnú anuas.

(iv) Is é treoluas M ná 7.5 m s^{-1} nuair a bhíonn sé ar tí sleamhnú anuas.
Ríomh luach μ.

Ceist 8

(a) Is mian le stiúrthóir comhlachta plean gnó a dhearadh chun a mbranda a chur chun cinn thar cheithre bliana. Gach bliain, roghnaíonn sí as roinnt straitéisí promóisin éagsúla. Measann sí an brabús (luach dearfach) nó an caillteanas (luach diúltach) a bhaineann le gach straitéis ar leith (ina €1000te).

Tarraingíonn sí an líonra a thaispeántar thíos chun cabhrú léi an plean is mó brabúis a dhearadh, áit a seasann na himill do na straitéisí éagsúla agus a seasann na nóid do na riochtanna féideartha a bhaineann leis an bplean ag pointe ama ar leith. Seasann X agus Y do thúsphointe agus do chríochphointe an phlean faoi seach.



Sa tábla thíos taispeántar brabús measta (luach dearfach) agus caillteanas measta (luach diúltach) gach straitéise.

Straitéis	Brabús/caillteanas measta	Straitéis	Brabús/caillteanas measta
X go dtí A	-11	D go dtí G	-5
X go dtí B	-13	D go dtí H	-3
X go dtí C	-9	D go dtí I	3
A go dtí D	5	E go dtí G	-2
A go dtí E	-2	E go dtí H	5
A go dtí F	-5	E go dtí I	6
B go dtí D	7	F go dtí G	4
B go dtí E	-3	F go dtí H	3
B go dtí F	4	F go dtí I	2
C go dtí D	5	G go dtí Y	6
C go dtí E	-4	H go dtí Y	5
C go dtí F	-1	I go dtí Y	7

(i) Úsáid Prionsabal Optamachta Bellman chun an plean gnó a uasmhéadaíonn an brabús a ríomh. Ní mór obair thacaíochta ábhartha a thaispeáint.

(ii) Luaigh difríocht amháin idir Prionsabal Optamachta Bellman agus algartam Dijkstra.

(b) Tá an fhoirmle ailgéabrach thíos scríofa i dtéarmaí fórsa F, mais m, díláithriú s agus treoluas uilleach ω.

$$\sqrt{\frac{4Fs}{m\omega^2}}$$

Úsáid anailís thoiseach agus taispeáin go bhfuil na haonaid chéanna ag an bhfoirmle seo agus atá ag na haonaid don díláithriú.

Ceist 9

Tá suirbhé á dhéanamh ag geolaí ar mhianach ópail.

Le linn na chéad mhíosa den mhianadóireacht, baineadh amach mais 200 kg d'ópal. Le linn na dara míosa den mhianadóireacht, baineadh amach mais 245 kg d'ópal.

Tuarann an geolaí gur féidir M, mais an ópail a bhaintear amach i mí ar bith, a shloinneadh de réir na difearchothromóide homaiginí dara hord:

$$M_{n+2} = M_{n+1} + \frac{3M_n}{4}$$

áit a bhfuil $n \geq 0, n \in \mathbb{Z}$, $M_0 = 200$ agus $M_1 = 245$.

(i) Scríobh síos luachanna M_2 agus M_3.

(ii) Réitigh an difearchothromóid agus faigh slonn le haghaidh M_n i dtéarmaí n.

(iii) Ríomh mais iomlán an ópail a thuartar a bhainfear amach le linn na chéad sé mhí den mhianadóireacht.

Tar éis don rialtas dlíthe mianadóireachta níos déine a thabhairt isteach, athraíonn an geolaí a thuartha agus measann sé go laghdófar mais an ópail a bhaintear amach i mí n de 2^n kg.

Tuarann an geolaí gur féidir P, mais an ópail a bhaintear amach i mí ar bith, a shloinneadh anois de réir na difearchothromóide neamh-homaiginí dara hord:

$$P_{n+2} = P_{n+1} + \frac{3P_n}{4} - 2^{n+2}$$

áit a bhfuil $n \geq 0, n \in \mathbb{Z}$, $P_0 = 199$ agus $P_1 = 243$.

(iv) Réitigh an difearchothromóid nua seo agus faigh slonn le haghaidh P_n i dtéarmaí n.

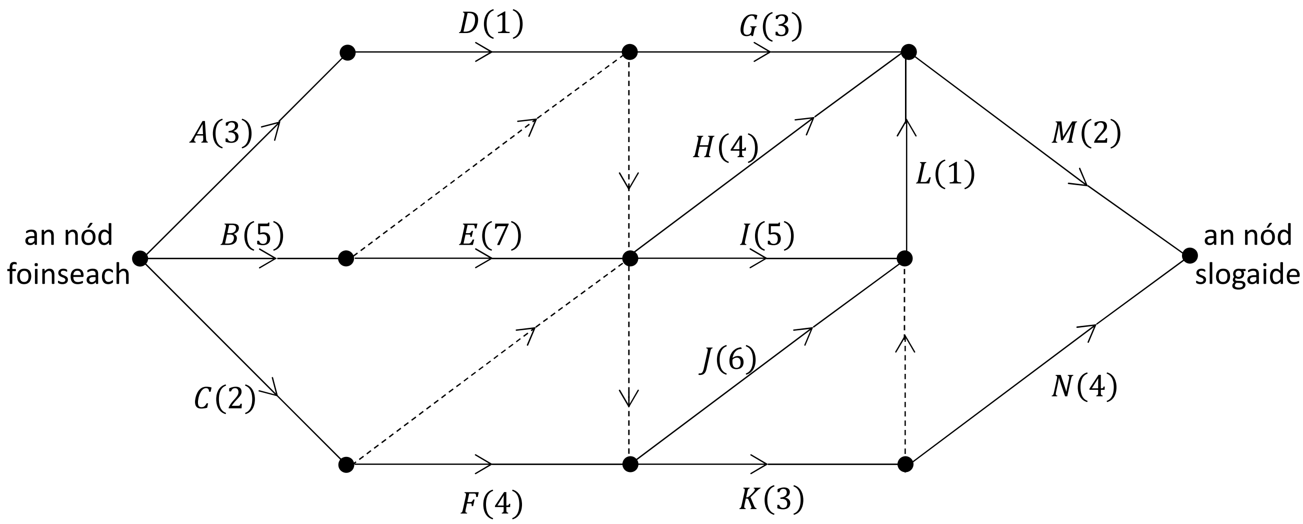
(v) Ríomh mais iomlán an ópail a thuartar anois a bhainfear amach le linn na chéad sé mhí den mhianadóireacht.

Ceist 10

(a) Sa léaráid thíos taispeántar an líonra sceidealaithe chun carr a mhonarú.

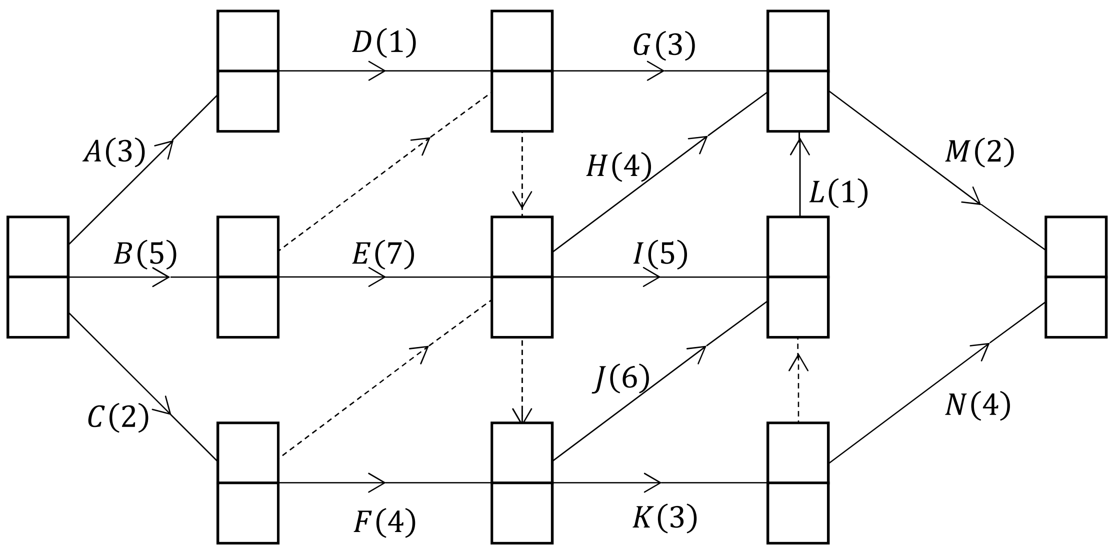
Seasann imill an líonra do na gníomhaíochtaí nach mór a bheith críochnaithe mar chuid de fhormhonarú an chairr agus tá siad lipéadaithe leis na litreacha A go L. Seasann an uimhir idir lúibíní don fhad ama, ina sheachtainí, le haghaidh gach gníomhaíocht ar leith.
Ní sheasann na himill nach bhfuil lipéadaithe (a thaispeántar le línte briste) d'fhíorghníomhaíochtaí ach cabhraíonn siad le míniú a thabhairt ar an ord ina gcaithfear na gníomhaíochtaí a dhéanamh. **Níor chóir** a mheas go léiríonn na litreacha a úsáidtear chun na himill a lipéadú an t-ord ina ndéantar na gníomhaíochtaí.

Seasann nóid an líonra d'imeachtaí nó do phointí ama le linn an tionscadail. Is é an nód foinseach an-t-am a gcuirtear tús leis an tionscadal agus is é an nód slogaide an t-am a gcríochnaítear an tionscadal.



(i) Ríomh an t-aga luath agus an t-aga deireanach do gach imeacht díobh.

Críochnaigh an léaráid thíos agus scríobh an t-aga luath (sa bhosca uachtair) agus an t-aga deireanach (sa bhosca íochtair) ag an nód a sheasann do gach imeacht ar leith.



(ii) Scríobh síos an róbhealach/na róbhealaí don líonra.

(iii) Cad is róbhealach ann?

(iv) Má ghlacann gníomhaíocht K 5 seachtaine in ionad 3 seachtaine, cén iarmhairt a bheidh aige seo ar an róbhealach/na róbhealaí agus ar an am a thógfaidh sé an tionscadal a chríochnú? Mínigh do fhreagra.

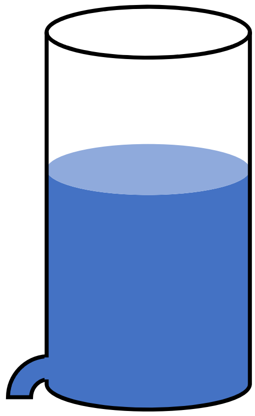
(b) Tá uisce, atá x m ar airde, in umar a bhfuil achar trasghearrthach aonfhoirmeach aige.

Fágann uisce an t-umar trí phíobán ag a bhonn.

Tá an ráta ag a bhfuil airde an uisce ag laghdú i gcomhréir le x.

Ag am $t = 0$, tá $x = H$. Ag am $t = 45$ s, tá $x = \frac{H}{3}$.

Ríomh t nuair atá $x = \frac{H}{8}$.



Leathanach le haghaidh obair bhreise.

Lipéadaigh aon obair bhreise go soiléir le huimhir agus le páirt na ceiste.

Leathanach le haghaidh obair bhreise.

Lipéadaigh aon obair bhreise go soiléir le huimhir agus le páirt na ceiste.

Leathanach le haghaidh obair bhreise.

Lipéadaigh aon obair bhreise go soiléir le huimhir agus le páirt na ceiste.

Admhálacha

Íomhánna
Íomhá ar leathanach 34: wikipedia.org

Ná scríobh ar an leathanach seo

Fógra cóipchirt
D’fhéadfadh sé go bhfuil téacsanna nó íomhánna sa scrúdpháipéar seo nach é Coimisiún na Scrúduithe Stáit úinéir an chóipchirt orthu, agus d’fhéadfadh sé gur athchóiríodh iad, chun críche an mheasúnaithe, gan cead na n-údar a fháil roimh ré. Ullmhaíodh an scrúdpháipéar seo de réir Alt 53(5) den *Acht um Chóipcheart agus Cearta Gaolmhara, 2000*. Ní údaraítear aon úsáid dá éis chun aon chríche ach amháin chun na críche dá bhfuil sé beartaithe. Ní ghlacann an Coimisiún aon dliteanas as sárú ar bith ar chearta tríú páirtí a eascraíonn as dáileadh ná as úsáid neamhúdaraithe an scrúdpháipéir seo.

Scrúdú na hArdteistiméireachta – Ardleibhéal

Matamaitic Fheidhmeach

Dé Máirt 25 Meitheamh

Tráthnóna 2:00 - 4:30